Formale Grundlagen der Informatik 3 im SS2004
1. Termin, Donnerstag 24.6.2004, 08.30-10.00h, HS9

Name: Matrikelnummer:

Studienkennzahl: Note:

Achtung: Jede Frage auf einer Seite (Blatt) beantworten und Seiten (Blätter) geordnet abgeben! Fragen mathematisch präzise beantworten!

1. Gegeben seinen 2 endliche Automaten M und $\bar{M}$, die wir als wortverarbeitende Maschinen betrachten wollen. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit $\bar{M}$ den Automaten M simuliert?

2. Wann werden 2 Zustände q und $\bar{q}$ eines Automaten äquivalent genannt?

   Von einem Automaten sei folgende δ-Tabelle gegeben

δ	a	b
0	1	2
1	4	2
2	3	0
3	4	0
4	4	4

   Weiters wissen wir, dass für Eingaben der Länge 1 die Zustände 0 und 2 sowie die Zustände 1, 3 und 4 gleiches Input/Output Verhalten haben.

   Welche Zustände dieses Automaten sind äquvialent?

3. Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit zwei endliche Automaten M_1 und M_2 in Serie geschalten werden können?

   Wie leiten sich A, B, Q, δ, λ des Automaten M, welcher aus der Serienschaltung $M_1 \Rightarrow M_2$ resultiert, von den Bestimmungsstücken der Automaten M_1 und M_2 her.

4. Wann wird eine Äquivalenzrelation auf der Zustandsmenge eines endlichen Automaten eine Kongruenzrelation genannt?

   Berechne die Basiskongruenz $\pi_{1,3}$ des Automaten aus Beispiel 2.

   Ist $\tau = \{\overline{0,3}, \overline{1,2,4}\}$ eine Kongruenzrelation (Begründung!). Kann mit $\pi_{1,3}$ und τ eine Serien- bzw. Parallelzerlegung des endlichen Automaten aus Beispiel 2 konstruiert werden?

5. Bei der Analyse eines endlichen Automaten $M = (A, B, Q, \delta, \lambda)$ wird festgestellt, dass für keinen Zustand $q \in Q$ das Paar (q, q) ein kompatibles Paar ist und der längste Weg im Testgraphen die Länge 5 besitzt. Stelle den inversen Automaten zu M graphisch dar!

   Bitte wenden!!

6. Unter welchen Bedingungen wird ein endlicher Automat $M = (A, B, Q, \delta, \lambda)$ ein linearer Automat genannt?

   Wir legen einen linearen Automaten $LM = [A, B, C, D]$ bekanntlich durch Angabe von 4 Matrizen und dem zugrundeliegenden endlichen Körper $GF(p^k)$ fest. Skizziere, wie sich in linearen Fall diese 4 Matrizen aus den Bestimmungssücken A, B, Q, δ, λ des endlichen Automaten ergeben.

7. Über $GF(3)$ sei der folgende Lineare Automat $LM = [A, B, C, D]$ gegeben:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$

   Zeichne sein Analogrechner-Programm.

8. Gegeben sei ein linearer Automat $LM = [A, B, C, D]$ sowie eine bijektive lineare Zustandscodierung γ, die über eine reguläre Matrix T festgelegt ist.

   Wie berechnen sich dann die Matrizen jenes linearen Automaten LM', der LM zustandsisomorph simuliert (α und β seien die identischen Abbildungen auf dem Ein- bzw. Ausgabealphabet)? Wie kann der korrespondierende Zustand q' von LM' aus einem Zustand q von LM berechnet werden?

9. Ein binäres Schieberegister sei durch das irreduzible Primitivpolynom $x^6 + x^5 + 1$ festgelegt.

   Gib die Überführungsfunktion dieses linearen Automaten koordinatenweise an und zeichne das Schaltbild des Schieberegisters. Wie lange ist die Periode dieses Schieberegisters?

10. Eine Folge $a = a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots = +1, -1, -1, +1, \ldots$ sei periodisch mit Periode 4. Berechne ihre Autokorrelationsfunktion.