

Übung Mathematik 1 für Informatiker, SS 02
2. Test, 4. Juni 2002

Familienname: Vorname:.....
Matrikelnr.: Gruppe:

Benutzen Sie bitte für Ihre Lösungen die Vorder- und Rückseiten des Angabeblattes und verzichten Sie nach Möglichkeit auf zusätzliche Zettel.

(1) Kreuzen Sie an:

	wahr	falsch
$[1, 3[\cup [2, 4]$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von \mathbb{R}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{2\} \times [1, 2]$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{(1, 1)\} \cup ([1, 2] \times]1, 2])$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{w \in \mathbb{R} \mid w^2 \in \mathbb{Q}\}$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von \mathbb{R}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
\mathbb{Z} ist eine abgeschlossene Teilmenge von \mathbb{Q}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- (2) (a) Geben Sie ein Intervall $[a, b]$ ($a < b$) an, sodass die Funktion $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$, $x \mapsto 3 + \ln x$ kontrahierend ist.
- (b) Begründen Sie, warum f auf diesem Intervall kontrahierend ist.
- (c) Wieviele Iterationsschritte (Banachiteration) braucht man maximal, um den Fixpunkt mit einer Genauigkeit von 10^{-3} zu berechnen, wenn das Intervall $[a, b]$ die Länge 1 hat?

- (3) Es sei Z die Zerlegung $\{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n} = 1\}$ des Intervalls $[0, 1]$. Berechnen Sie die Obersumme und die Untersumme von $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3^x$ für diese Zerlegung. (Die Grenzwerte für $n \rightarrow \infty$ brauchen Sie **nicht** zu berechnen.)

Übung Mathematik 1 für Informatiker, SS 02
2. Test, 4. Juni 2002

Familienname: Vorname:.....
Matrikelnr.: Gruppe:

Benutzen Sie bitte für Ihre Lösungen die Vorder- und Rückseiten des Angabeblattes und verzichten Sie nach Möglichkeit auf zusätzliche Zettel.

- (1) Es sei Z die Zerlegung $\{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n} = 1\}$ des Intervalls $[0, 1]$. Berechnen Sie die Obersumme und die Untersumme von $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2^x$ für diese Zerlegung. (Die Grenzwerte für $n \rightarrow \infty$ brauchen Sie **nicht** zu berechnen.)

(2) Kreuzen Sie an:

	wahr	falsch
$[1, 3] \cup [2, 4[$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von \mathbb{R}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{2\} \times]1, 2]$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{(1, 1)\} \cup ([1, 2] \times]1, 2])$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{w \in \mathbb{R} \mid w^3 \in \mathbb{Q}\}$ ist eine abgeschlossene Teilmenge von \mathbb{R}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
\mathbb{N} ist eine abgeschlossene Teilmenge von \mathbb{Q}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- (3) (a) Geben Sie ein Intervall $[a, b]$ ($a < b$) an, sodass die Funktion $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$, $x \mapsto 4 + \ln x$ kontrahierend ist.
- (b) Begründen Sie, warum f auf diesem Intervall kontrahierend ist.
- (c) Wieviele Iterationsschritte (Banachiteration) braucht man maximal, um den Fixpunkt mit einer Genauigkeit von 10^{-4} zu berechnen, wenn das Intervall $[a, b]$ die Länge 1 hat?