1.1. Welche Design Ebenen kennen Sie?
Was sagen Ihnen die Begriffe SSI, MSI, LSI und VLSI?

1.2. Definieren Sie die Begriffe
- Nachrichten
- Daten und
- Datenverarbeitung.

1.3. Stellen Sie folgende Dezimalzahlen als Dual-, Oktal- bzw. Hexadezimalzahl dar:
23, 64, 127, 139, 1.7, 0.058, 2467

1.4. Um welchen Faktor ist bei natürlichen Zahlen die Dual-, Oktal- bzw. Hexadezimalzahl länger (kürzer) als die entsprechende Dezimalzahl?

2.1. Führen Sie die nachfolgenden Berechnungen mit Dualzahlen der Länge 8 bit durch:

| | |
|---|---|
| 36 + 42 | 72 + 96 |
| 94 - 104 | -102 - 25 |
| 88 + 46 | 110 - 21 |
| 36 - 35 | 98 - 127 |

a) Verwenden Sie dazu die 1-er Komplement Darstellung.
b) Verwenden Sie dazu die 2-er Komplement Darstellung.

2.2. Nachfolgende Zahlen sind im 2-er Komplement mit 16-Bit Festpunktdarstellung (1 Vorzeichen, 11 Vorkomma-, 4 Nachkommastellen) gegeben. Führen Sie die entsprechenden Berechnungen durch
625,4375 + 110,125
735,625 - 283,75
420,5 - 600,75

2.3. Ermitteln Sie die größte positive und kleinste negative Zahl
a) im Festpunktformat des vorigen Beispiels
b) im 32-Bit IEEE-Format

2.4. Stellen Sie folgende Zahlen im 32-Bit IEEE-Format dar. Falls dies nicht möglich ist, so geben Sie dafür eine Begründung an.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 29,0 | 129,3 | 0,5 | 1E5 |
| 36,241 | 1000 | 47,987E38 | |

3.1. Stellen Sie folgende IEEE-Floating Point Zahlen als Dezimalzahl dar:

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 01110000 | 10100000000000000000000 |
| 1 | 01111111 | 00000000000000000000000 |
| 1 | 11111111 | 00000000000000000000000 |
| 0 | 11111111 | 01010101010101010101010 |
| 0 | 10000110 | 11010000010000000000000 |
| 1 | 00000000 | 00011101001000000000000 |

3.2. Zeigen Sie, daß gilt:
$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee x_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_4 \vee x_1x_4 = \bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_4$
a) mit Hilfe der Boole'schen Algebra
b) mit Hilfe des KV-Diagramms.

3.3. Beweisen Sie die Verallgemeinerung der De-Morgan Regeln für die folgenden beide Fälle (Hinweis: verwenden Sie die Induktion über n):
a) $\overline{a_1 + a_2 + ... + a_n} = \overline{a_1} * \overline{a_2} * ... * \overline{a_n}$
b) $\overline{a_1 * a_2 * ... * a_n} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + ... + \overline{a_n}$

3.4. Zeigen Sie, analog zur Vorlesung, daß NOR eine Verknüpfungsbasis darstellt (d. h.: Negation, UND, ODER muß durch NOR-Verknüpfung dargestellt werden).

3.5. Realisieren Sie die folgenden Funktionen $y_i$ aus NAND-Gattern mit zwei Eingängen (z. B. CMOS-Baustein 4093).
a) $y_1 = \overline{\left(\overline{\overline{x_1x_2}}\right)\left(\overline{\overline{x_3x_4}}\right)}$
b) $y_1 = \overline{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}$
c) $y_1 = x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1x_2$
d) $y_1 = x_1\bar{x}_2x_3$

3.6. Geben Sie sämtliche Konjunktionsterme von 2 Variablen (d. h. Konjunktionen von maximal 2 Variablen) an.
a) Welche davon sind Minterme (was ist ein Minterm)?
b) Was ergibt die Konjunktion zweier Minterme?
c) Wie lange kann ein Konjunktionsterm von n Variablen werden?
d) Was ist der Unterschied zwischen DKF und DNF?

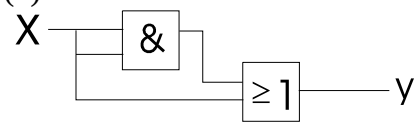
4.1. Erstellen Sie die Wahrheitstabellen für folgende Boole'sche Ausdrücke:
a) $y_4 = \bar{x}_1x_2x_3$
b) $y_5 = (x_3 + x_1)\bar{x}_2$
c) $y_6 = x_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_2$

4.2. Verkürzen Sie folgende Ausdrücke:
- mit Hilfe der Boole'schen Algebra
- mit Hilfe des KV-Diagramms
a) $f = x_1x_2 + x_1\bar{x}_2x_4 + \bar{x}_1x_4$
b) $f = x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$

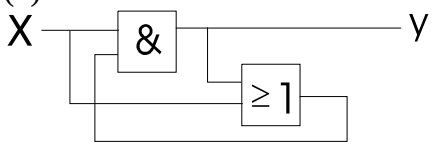
4.3. Geben Sie eine DNF und die DKF für folgende Boole'sche Ausdrücke an. Verwenden Sie dabei die Rechenregeln 0 bis 8 für die Boole'sche Algebra.
a) $y_1 = (x_3 + x_2)\bar{x}_1$
b) $y_2 = x_1x_2 + (x_2 + x_1\bar{x}_3)$
c) $y_3 = x_1 + \bar{x}_2 + x_3$

4.4. Gegeben seien folgende Schaltungen:

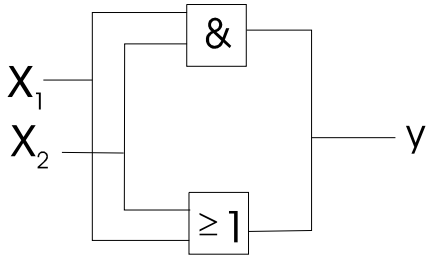
(1)




(2)




(3)




a) Sind obige Schaltungen wohlgeformt?
b) Geben Sie die zugehörigen Schaltfunktionen an.

5.1. a) Zeigen Sie daß gilt: a + ab = a (Absorptionsregel); Hinweis: a = a*1
b) Welchen Maxterm ergibt die nachfolgende Funktion. Hinweis: Berechnen Sie zuerst den Minterm der negierten Funktion

$$x_1 + x_2\left(x_3\bar{x}_1 + x_4\right) + \bar{x}_2$$

5.2. Gelten die nachfolgenden Behauptungen?
a) a + (ab) = a(a + b)
b) a + ba + c = a + (bc)

5.3. Bestimmen Sie zu folgender $f_{DNF}$ die zugehörige $f_{DKF}$ und ordnen Sie die Minterme nach dem Gewicht

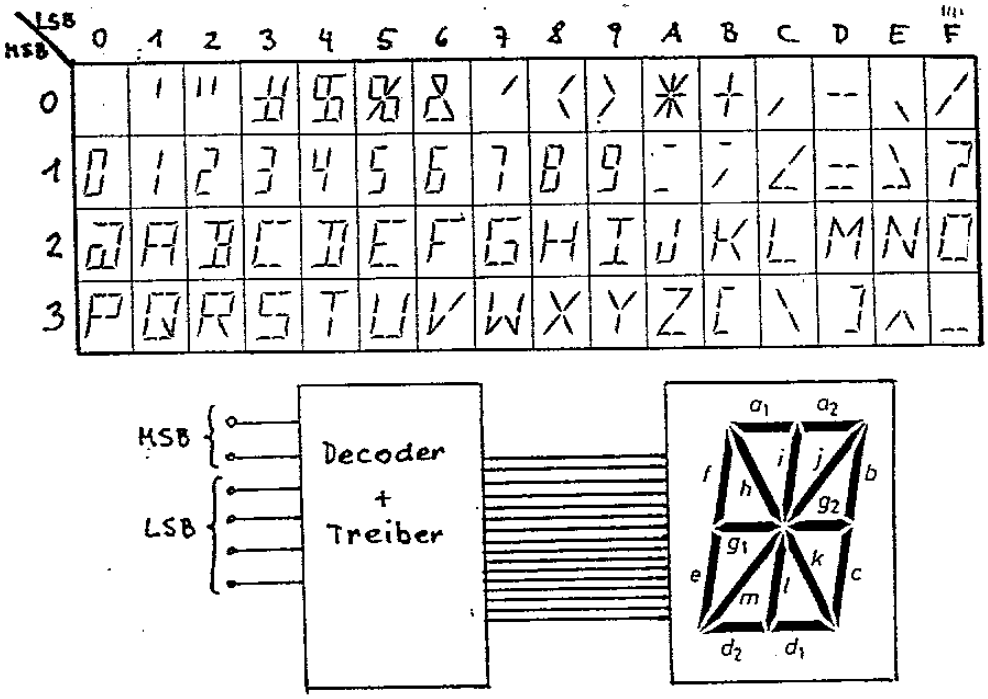
$$f_{DNF} = x_1x_3 + x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1$$

5.4. Gewinnen Sie aus den nachfolgenden Mintermen mittels "Verschmelzen" die zugehörigen Primimplikanden:

| Gewicht | Minterm | Klasse |
|---|---|---|
| 1 | 0001 | $K_1$ |
| 5 | 0101 | $K_2$ |
| 6 | 0110 | |
| 9 | 1001 | |
| 10 | 1010 | |
| 7 | 0111 | $K_3$ |
| 11 | 1011 | |
| 13 | 1101 | |
| 14 | 1110 | |
| 15 | 1111 | $K_4$ |

a) Weshalb erfolgt die Sortierung der Minterme nicht entsprechend dem Gewicht?
b) Welche Funktion hat das Gewicht beim Quine-McCluskey Algorithmus?

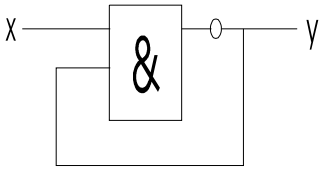
5.5. Zur Anzeige werden bei elektronischen Geräten (z. B. Taschenrechnern) oft sogenannte 16-Segment-Anzeigen verwendet. Ein gebräuchlicher Zeichensatz dafür wird nachfolgend dargestellt. 64 Zeichen werden mit 6-Bit Worten codiert, für jedes Anzeigeelement ist ein Decoder notwendig.




Erstellen Sie die Wertetabelle für den Ausgang k mit der Codierung: 1 <=> Segment leuchtet. Minimieren Sie die Schaltfunktion für den Ausgang k mit dem Verfahren von Quine-McCluskey.

5.6. Realisieren Sie das Ergebnis mit UND- bzw. ODER-Gattern mit 6 Eingängen.

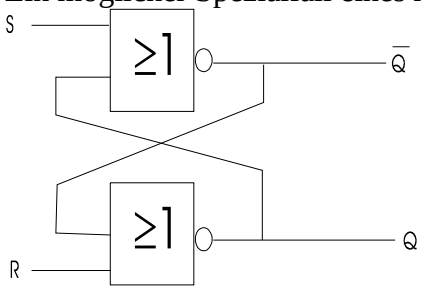
6.1. Gegeben sei ein getaktetes rückgekoppeltes NAND-Glied mit zugehöriger Funktionstabelle:




| $x^t$ | $y^t$ | $y^{t+1}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | |
| 0 | 1 | |
| 1 | 0 | |
| 1 | 1 | |

Ergänzen Sie die Funktionstabelle und diskutieren Sie das Ergebnis.

6.2. Ein möglicher Spezialfall eines rückgekoppelten Schaltnetzes ist das RS-FlipFlop.

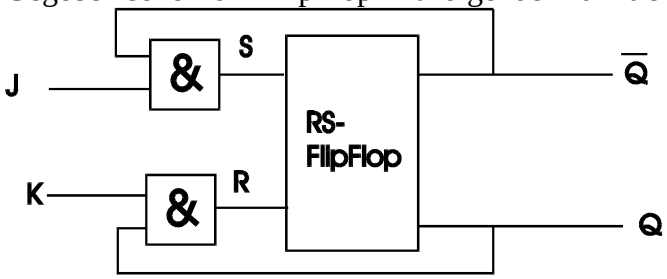



| S | R | $Q^t$ | $Q^{t+1}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | X |
| 1 | 1 | 1 | X |

a) Ergänzen Sie nebenstehende Funktionstabelle.
b) Was passiert, falls R = S = 1 und nachfolgend R = S = 0 belegt wird?

6.3. a) Erstellen Sie aus der Funktionstabelle von 6.2. das zugehörige KV-Diagramm und ermitteln Sie für $f = Q^{t+1}$ die Primimplikanden sowie die $f_{DMF}$.
b) Ermitteln Sie die $f_{DMF}$ mit Hilfe der Boole'schen Algebra aus dem Schaltbild der Aufgabe 6.2.

6.4. Gegeben sei ein JK-FlipFlop mit folgender Funktionstafel:




| J | K | $Q^t$ | $Q^{t+1}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | |

a) Geben Sie die Funktionswerte für $Q^{t+1}$ an.
b) Ermitteln Sie für $f = Q^{t+1}$ die Primimplikanden und geben Sie eine $f_{DMF}$ an.

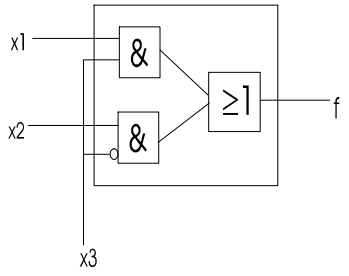
7.1. Es soll ein Addierer gebaut werden, der eine Folge von 0/1-Werten sequentiell modulo 2 aufaddiert. Konstruieren Sie einen sequentiellen Schaltkreis, an dessen Eingang $x_i$, am Ausgang $S_i = S_{i-1} + x_i$ (modulo 2) anliegen. Verwenden Sie dazu das Huffmann-Modell.

7.2. Entwerfen Sie einen sequentiellen Schaltkreis mit Hilfe des Huffmann-Modells, der in einer Bitfolge die Teilfolge 011 erkennt. Falls dies vorliegt, soll am Ausgang eine 1 ausgegeben werden, sonst eine 0. Zum Beispiel:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Eingabe | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| Ausgabe | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

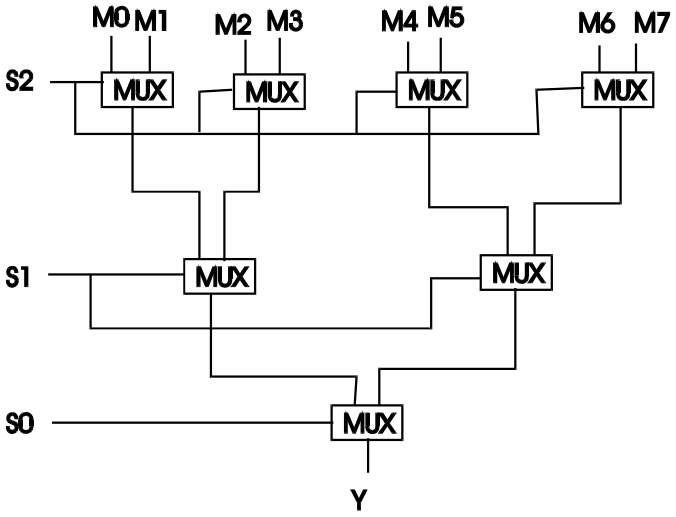
7.3. Der Zustandsgraph des Huffmann-Modells hat m Zustände. Wieviele FlipFlops werden für den Speicher des Huffmann-Modells benötigt?

7.4. Ein Multiplexer ist im Prinzip ein elektronischer Drehwahlschalter nach folgendem Schema:
Nachfolgendes Bild zeigt den einfachsten elektronischen Multiplexer für die Auswahl von zwei Leitungen mit der Schaltfunktion $f := x_1x_3 + x_2\overline{x}_3$



Zeichnen Sie mit Hilfe von logischen Gattern einen Multiplexer für die 3 Eingänge (0, 1, 2) und bestimmen Sie die zugehörige Schaltfunktion.

8.1. Diskutieren Sie, wie beim $k = 2^3$ Multiplexer beim Anlegen der Zahl $4_{10} = (s_0 = 1, s_1 = 0, s_2 = 0)_2$ der 4. Minterm durchgeschaltet wird.




8.2. Verwenden Sie einen Multiplexer mit 4 Eingängen (sowie "UND" , "ODER" bzw. "NICHT"-Gatter nach Bedarf) um nachfolgende Schaltung zu realisieren:

$f = A + BD + D + \overline{B}\,\overline{D}$

Hinweis: Verwenden Sie B = 0,1 bzw. D = 0,1 als Select-Leitungen um die 4 Eingänge des Multiplexers anzusteuern.

| $S_1$ B | $S_0$ D | f $A + BD + D + \overline{B}\,\overline{D}$ | f vereinfacht | Eingänge |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | | | $E_0$ = |
| 0 | 1 | | | $E_1$ = |
| 1 | 0 | | | $E_2$ = |
| 1 | 1 | | | $E_3$ = |

8.3. Führen Sie folgende Addition im 1er-Komplement mit Dualzahlen der Länge 4 durch.

$3_{10} + 6_{10} =$

a) Analog zur Technik des Ripple-Carry-Adders.

b) Analog zur Carry-Look-Ahead-Technik.

8.4. Zeichnen Sie analog zur Aufgabe 8.3. das Schaltbild eines 4-bit-Addierers.

a) Nach der Ripple-Carry-Technik

b) Nach der Carry-Look-Ahead Technik.

Erläutern Sie, um wieviele Gatterlaufzeiten Variante b) schneller ist als a).

9.1. (Dekoder) Zeichnen Sie einen Dekoder, der bei Eingabe einer geeigneten Dualzahl die Register $R_0$ bis $R_7$ entsprechend ansteuert.

9.2. (PLA) Gegeben sei folgende Funktion (2 von 3 Funktion):

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Ermitteln Sie eine geeignete $F_{DMF}$ und schalten Sie diese mit Hilfe eines PLA's.

9.3. Führen Sie folgende Festpunkt Multiplikation, entsprechend Kap. 3 Seite 19 der Vorlesung durch.
$M = Y = 1{,}0111_2$
$Q = X = 0{,}1011_2$
Welche Hardware benötigen Sie?

9.4. Gegeben sei folgendes einfaches Programm für den Universalrechenautomat (URA) sowie die Speicherbelegung am Programmbeginn:

| absolute Adresse (dezimal) | Label | Speicherinhalt Operation | Operand | Kommentar |
|---|---|---|---|---|
| 010 | P_START | LDA | 502 | Akku mit C laden |
| 011 | | BGZ | 013 | Akku > 0 ⇒ Verzweige nach LABEL1 |
| 012 | | NEG | | Zweierkomplement im Akku bilden |
| 013 | LABEL1: | MUL | 501 | Akku mit M[501] multiplizieren |
| 014 | | ADD | 500 | Akku mit M[500] addieren |
| 015 | | STA | 503 | Akkuinhalt nach 503 speichern |
| 016 | P_ENDE | STOP | | |
| ... | | | | |
| ... | | | | |
| 500 | A: | | 5 | |
| 501 | B: | | 11 | |
| 502 | C: | | -7 | |
| 503 | D: | | -22 | |
| ... | | | | |

a) Zeichnen Sie ein Ablaufdiagramm für dieses Programm.
b) Was berechnet das Programm?
c) Dokumentieren Sie die beim Ablauf dieses Programmes auftretenden Registerinhalte mit Hilfe einer Tabelle mit den Spalten Befehl, Z, W, S, F (= Funktionsteil von FB), B (= Befehlsteil von FB), M, A.

## 1.1.

1. Material, physikalische Effekte
2. Bauelemente
3. Grundschaltungen
4. Schaltnetze
5. Schaltwerke
6. Systemkomponenten
7. System

- **SSI:** Small Scale Integration (Gatter)
- **MSI:** Medium Scale Integration (Register)
- **LSI:** Large Scale Integration (Prozessorebene)
- **VLSI:** Very Large Scale Intergration (Prozessorebene)

## 1.2.

- **Nachricht:** dargestellte Information zum Zweck der Übertragung
- **Daten:** dargestellte Information zum Zweck der Verarbeitung
- **Datenverarbeitung:** aus Eingabedaten mittels eines Programmes Ausgabedaten erzeugen

## 1.3.

**$23_{10}$ = $10111_2$ = $27_8$ = $17_{16}$**
**$64_{10}$ = $1000000_2$ = $100_8$ = $40_{16}$**
**$127_{10}$ = $1111111_2$ = $177_8$ = $7F_{16}$**
**$139_{10}$ = $10001011_2$ = $213_8$ = $8B_{16}$**
**$2467_{10}$ = $100110100011_2$ = $4643_8$ = $9A3_{16}$**
**$0{,}058_{10}$ = $0{,}000011101101100100010110 1_2$ = $0{,}035544264_8$ = $0{,}0ED9168_{16}$**

**$1{,}7_{10}$** = $1{,}\overline{10110}_2$ = $1{,}\overline{54631}_8$ = $1{,}\dot{B}\dot{3}_{16}$

### Erklärung:

$23_{10} = ?_2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *23* | *:* | *2* | *=* | *11* | *Rest 1* |
| *11* | *:* | *2* | *=* | *5* | *Rest 1* |
| *5* | *:* | *2* | *=* | *2* | *Rest 1* |
| *2* | *:* | *2* | *=* | *1* | *Rest 0* |
| *1* | *:* | *2* | *=* | *0* | *Rest 1* |

Basis $8 = 2^3$: teile Binärzahl in Gruppen zu Drei Stellen ein (von hinten beginend) und stelle jede dadurch entstehende Binärzahl als Oktalzahl dar:
$010 \mid 111 \Rightarrow 27_8$

Basis 16 = 24:
0001 | 0111 = $17_{16}$

$64_{10} = ?_2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *64* | *:* | *2* | *=* | *32* | *Rest 0* |
| *32* | *:* | *2* | *=* | *16* | *Rest 0* |
| *16* | *:* | *2* | *=* | *8* | *Rest 0* |
| *8* | *:* | *2* | *=* | *4* | *Rest 0* |
| *4* | *:* | *2* | *=* | *2* | *Rest 0* |
| *2* | *:* | *2* | *=* | *1* | *Rest 0* |
| *1* | *:* | *2* | *=* | *0* | *Rest 1* |

Basis 8 = $2^3$:
001 | 000 | 000 = $100_8$

Basis 16 = $2^4$:
0100 | 0000 = $40_{16}$

$127_{10} = ?_2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *127* | *:* | *2* | *=* | *63* | *Rest 1* |
| *63* | *:* | *2* | *=* | *31* | *Rest 1* |
| *31* | *:* | *2* | *=* | *15* | *Rest 1* |
| *15* | *:* | *2* | *=* | *7* | *Rest 1* |
| *7* | *:* | *2* | *=* | *3* | *Rest 1* |
| *3* | *:* | *2* | *=* | *1* | *Rest 1* |
| *1* | *:* | *2* | *=* | *0* | *Rest 1* |

Basis 8 = $2^3$:
001 | 111 | 111 = $177_8$

Basis 16 = $2^4$:
0111 | 1111 = $7F_{16}$

$139_{10} = ?_2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *139* | *:* | *2* | *=* | *69* | *Rest 1* |
| *69* | *:* | *2* | *=* | *34* | *Rest 1* |
| *34* | *:* | *2* | *=* | *17* | *Rest 0* |
| *17* | *:* | *2* | *=* | *8* | *Rest 1* |
| *8* | *:* | *2* | *=* | *4* | *Rest 0* |
| *4* | *:* | *2* | *=* | *2* | *Rest 0* |
| *2* | *:* | *2* | *=* | *1* | *Rest 0* |
| *1* | *:* | *2* | *=* | *0* | *Rest 1* |

Basis 8 = $2^3$:
010 | 001 | 011 = $213_8$

Basis 16 = $2^4$:
1000 | 1011 = $8B_{16}$

$2467_{10} = ?_2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *2467* | *:* | *2* | *=* | *1233* | *Rest* *1* |
| *1233* | *:* | *2* | *=* | *616* | *Rest* *1* |
| *616* | *:* | *2* | *=* | *308* | *Rest* *0* |
| *308* | *:* | *2* | *=* | *154* | *Rest* *0* |
| *154* | *:* | *2* | *=* | *77* | *Rest* *0* |
| *77* | *:* | *2* | *=* | *38* | *Rest* *1* |
| *38* | *:* | *2* | *=* | *19* | *Rest* *0* |
| *19* | *:* | *2* | *=* | *9* | *Rest* *1* |
| *9* | *:* | *2* | *=* | *4* | *Rest* *1* |
| *4* | *:* | *2* | *=* | *2* | *Rest* *0* |
| *2* | *:* | *2* | *=* | *1* | *Rest* *0* |
| *1* | *:* | *2* | *=* | *0* | *Rest* *1* |

Basis 8 = $2^3$:
100 | 110 | 100 | 011 = $4643_8$

Basis 16 = $2^4$:
1001 | 1010 | 0011 = $9A3_{16}$

$0{,}058_{10} = ?_{16}$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *0,058* | *** | *16* | *=* | *0* | *+* | *0,928* |
| *0,928* | *** | *16* | *=* | *E* | *+* | *0,848* |
| *0,848* | *** | *16* | *=* | *D* | *+* | *0,568* |
| *0,568* | *** | *16* | *=* | *9* | *+* | *0,088* |
| *0,088* | *** | *16* | *=* | *1* | *+* | *0,408* |
| *0,408* | *** | *16* | *=* | *6* | *+* | *0,528* |
| *0,528* | *** | *16* | *=* | *8* | *+* | *0,448* |

Basis 16 → 2: stelle jede Ziffer des Hexadezimalssystems als Binärzahl mit 4 Stellen dar!
$0{,}0ED9168 = 0{,}00001110110110010001011010000_2$

Basis 8 = $2^3$:
0,000 | 011 | 101 | 101 | 100 | 100 | 010 | 110 | 100 | 000 = $0{,}0355442640_8$

$1{,}7_{10} = ?_{16}$
$1_{10} + 0{,}7_{10} = 1_{16} + ?_{16}$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *0,7* | *** | *16* | *=* | *B* | *+* *0,2* |
| *0,2* | *** | *16* | *=* | *3* | *+* *0,2* |
| *0,2* | *** | *16* | *=* | *3* | *+* *0,2* |

Basis 2:
$1{,}B33 = 1{,}101100110011_2$

Basis 8:
$1{,}101 \mid 100 \mid 110 \mid 011 = 1{,}5463_8$

## 1.4.

Gegeben ist eine Zahl z bei der Basis b
Die Länge dieser Zahl ist gegeben durch:

$$\left\lceil {}^{b}\log(z)\right\rceil + 1 = \left\lceil {}^{b}\log(b.z)\right\rceil$$

Faktor zwischen Dezimal- und Dualzahl = $\dfrac{\left\lceil {}^{10}\log(10z)\right\rceil}{\left\lceil {}^{2}\log(2z)\right\rceil}$

## 2.1

**a)**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 36: | 00100100 | 72: | 01001000 | |
| + 42: | 00101010 | +96: | 01100000 | |
| = 78 | 01001110 | | ~~10101000~~ | Ergebnis ist zu verwerfen, da zwei positive Zahlen addiert nicht eine negative Zahl ergibt! |
| 94: | 01011110 | -102: | 10011001 | |
| -104: | 10010111 | -25: | 11100110 | |
| | 11110101 | | 101111111 | es entsteht ein Kücklauf! |
| | | | 1 | |
| | | | 10000000 | |
| = -10 | 00001010 | = -127 | 01111111 | Umwandlung von $K_1(z)$ in z! |
| 88: | 01011000 | 110: | 01101110 | |
| +46: | 00101110 | -21: | 11101010 | |
| | ~~10000110~~ | | 101011000 | es entseht ein Rücklauf |
| | | = 89 | 01011001 | |
| 36: | 00100100 | 98: | 01100010 | |
| -35: | 11011100 | -127: | 10000000 | |
| | 100000000 | | 11100010 | es entsteht ein Rücklauf! bzw. |
| = 1 | 00000001 | = -29 | 00011101 | Umwandlung! |

**b)**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 36: | 00100100 | 72: | 01001000 | |
| +42: | 00101010 | +96: | 01100000 | |
| = 78 | 01001110 | | ~~10101000~~ | Ergebnis ist zu verwerfen! |
| 94: | 01011110 | -102: | 10011010 | |
| -104: | 10011000 | -25: | 11100111 | |
| | 11110110 | | ~~1~~10000001 | Überlauf wird gestrichen! |
| | 00001001 | | 01111110 | Umwandlung von $K_2(z)$ in z: |
| | 1 | | 1 | |
| = - 10 | 00001010 | = -127 | 01111111 | |
| 88: | 01011000 | 110: | 01101110 | |
| +46: | 00101110 | -21: | 11101011 | |
| | ~~10000110~~ | = 89 | ~~1~~01011001 | Ergebnis ist zu verwerfen! |
| 36: | 00100100 | 98: | 01100010 | |
| -35: | 11011101 | -127: | 10000001 | |
| = 1 | ~~1~~00000001 | | 11100011 | Umwandlung von $K_2(z)$ in z: |
| | | | 00011100 | |
| | | | 1 | |
| | | = -29 | 00011101 | |

## 2.2.

**a)**

| | |
|---|---|
| 625,4375 | 001001110001,0111 |
| +110,1250 | 000011011110,0010 |
| | 001011011111,1001 |

**b)**

| | |
|---|---|
| 238,7500 | 000011101110,1100 |
| K1(z) | 111100010001,0011 |
| K2(z) | 111100010001,0100 |
| 735,6250: | 001011011111,1010 |
| -283,7500: | 111100010001,0100 |
| | 000111110000,1110 |

**c)**

| | |
|---|---|
| 600,7500: | 001001011000,1100 |
| K1(z): | 110110100111,0011 |
| K2(z): | 110110100111,0100 |
| 420,5000: | 000110100100,1000 |
| -600,7500: | 110110100111,0100 |
| | 111101001011,1100 |

## 2.3.

a) größte Zahl: 0 11111111111,1111 = 2047,9375
kleinste Zahl: 1 00000000000,0000 = -2048

b) größte Zahl: 0 11111110 11111111111111111111111 =
$= (2^{24} - 1)^{254-127} = 3{,}4028235.10^{38}$
kleinste Zahl: 1 00000001 00000000000000000000000 =
$= (2^{24} - 1)^{1-127} = 1{,}1754944.10^{-38}$

## 2.4.

$1000_{10} = 1111101000_2 = 1{,}111101000_2.2^9$
Frage: $2^{x-127} = 2^9$
$x = 9 + 127 = 136$
$136_{10} = 10001000_2$
⇒
0 10001000 11110100000000000000000

$29_{10} = 11101_2 = 1{,}1101_2.2^4$
$x = 4 + 127 = 131_{10} = 10001010_2$
⇒
0 10001010 11010000000000000000000

$47{,}987E37 = 4{,}7987.10^{38} > 3{,}4028235.10^{38}$: ist nicht mehr darstellbar, da größer als die größte darstellbare Zahl!

## 3.1.

a)
M = 101
$C' = 112_{10} \Rightarrow 112 - 127 = -15$
$1{,}101_2.2^{-15} = 4{,}959106445_{10}.10^{-5}$

b)
$C' = 127_{10} \Rightarrow 127 - 127 = 0$
$-1{,}0_2.2^0 = -1_{10}$

c)
$C' = 255_{10} \Rightarrow 255 - 127 = 128$
$-1{,}0_2.2^{128}$ = nicht mehr darstellbar, da Zahl zu klein!

d)
$C' = 255_{10} \Rightarrow 255 - 127 = 128$
$1{,}01010101010101010101_2.2^{128} = 1{,}134274489_{10}.10^{38}$

e)
$C' = 134_{10} \Rightarrow 134 - 127 = 7$
$1{,}1101000001_2.2^{7} = 232{,}125_{10}$

f)
$C' = 0 \Rightarrow 0 - 127 = -127$
$-1{,}00011101_2.2^{-127} = -2{,}168787077_{10}.10^{-36}$

## 3.2

a)

$$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} + \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_3 + x_2\overline{x_4} + \overline{x_1}x_4 + x_1x_4 = \overline{x_1} + x_2 + x_4$$

$$\overline{x_1}\,\overline{x_2}\underbrace{\left(\overline{x_3} + x_3\right)}_{1} + x_2\overline{x_4} + \underbrace{\left(\overline{x_1} + x_1\right)}_{1}x_4 = \overline{x_1} + x_2 + x_4$$

$$\overline{x_1}\,\overline{x_2} + x_2\overline{x_4} + x_4 = \overline{x_1} + x_2 + x_4$$

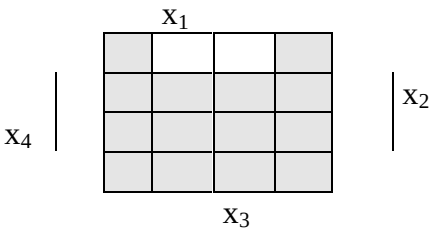
$$\overline{x}_1.\overline{x}_2 + \left(x_2 + x_4\right).\underbrace{\left(\overline{x}_4 + x_4\right)}_{1} = \overline{x}_1 + x_2 + x_4$$

$$\overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_2 + x_4 = \overline{x}_1 + x_2 + x_4$$

$$\left(\overline{x}_1 + x_2\right)\underbrace{\left(\overline{x}_2 + x_2\right)}_{1} + x_4 = \overline{x}_1 + x_2 + x$$

$$\overline{x}_1 + x_2 + x_4 = \overline{x}_1 + x_2 + x$$

b)



## 3.3

a)

Behauptung: $\overline{a_1 + a_2 + \ldots + a_n} = \overline{a_1} * \overline{a_2} * \ldots * \overline{a_n}$

Beweis: vollständige Induktion

1. Schritt: n := 1:

$\overline{a_1} = \overline{a_1}$ ✓

2. Schritt: Schluß von n auf n+1:

$\overline{a_1 + a_2 + \ldots + a_n + a_{n+1}} = \overline{a_1} * \overline{a_2} * \ldots * \overline{a_n} * \overline{a_{n+1}}$

$\overline{(a_1 + a_2 + \ldots + a_n) + a_{n+1}} = \overline{a_1} * \overline{a_2} * \ldots * \overline{a_n} * \overline{a_{n+1}}$

$\overline{a_1 + a_2 + \ldots + a_n} * a_{n+1} = \overline{a_1} * \overline{a_2} * \ldots * \overline{a_n} * \overline{a_{n+1}}$

$\overline{a_1} * \overline{a_2} * \ldots * \overline{a_n} * a_{n+1} = \overline{a_1} * \overline{a_2} * \ldots * \overline{a_n} * \overline{a_{n+1}}$ ✓

b)

Behauptung: $\overline{a_1 * a_2 * \ldots * a_n} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + \ldots + \overline{a_n}$

Beweis: vollständige Induktion

1. Schritt: n := 1:

$\overline{a_1} = \overline{a_1}$ ✓

2. Schritt: Schluß von n auf n + 1:

$\overline{a_1 * a_2 * \ldots * a_n * a_{n+1}} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + \ldots + \overline{a_n} + \overline{a_{n+1}}$

$\overline{(a_1 * a_2 * \ldots * a_n) * a_{n+1}} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + \ldots + \overline{a_n} + \overline{a_{n+1}}$

$\overline{a_1 * a_2 * \ldots * a_n} + \overline{a_{n+1}} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + \ldots + \overline{a_n} + \overline{a_{n+1}}$

$\overline{a_1} + \overline{a_2} + \ldots + \overline{a_n} + \overline{a_{n+1}} = \overline{a_1} + \overline{a_2} + \ldots + \overline{a_n} + \overline{a_{n+1}}$ ✓

## 3.4.

NOR = $\overline{x + y}$

Negation: $f(x) = \bar{x} = \overline{x + x} = \text{NOR (x, x)}$

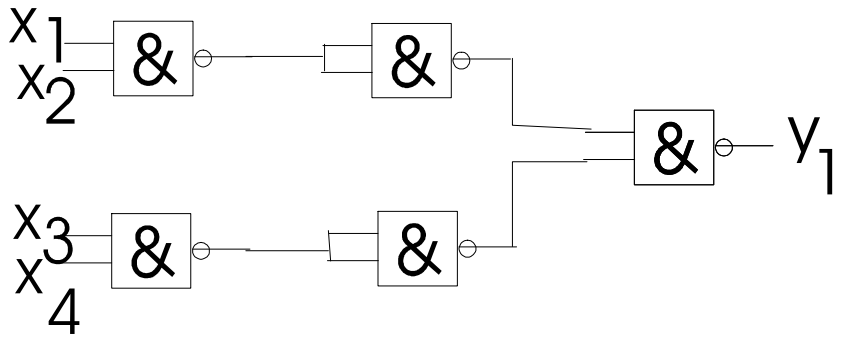
UND: $f(x, y) = x.y = \overline{\bar{x} + \bar{y}} = \overline{\overline{x + x} + \overline{y + y}} =$ NOR (NOR (x, x), NOR (y, y))

ODER: $f(x, y) = x + y = \overline{\overline{x + y}} = \overline{\overline{x + y} + \overline{x + y}} = \text{NOR (NOR (x, y), NOR (x, y))}$

## 3.5.

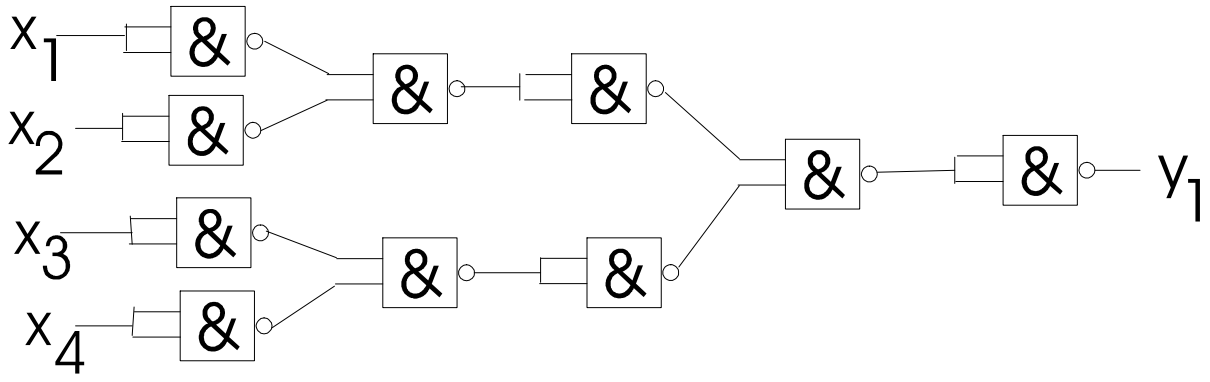
a)

$$y_1 = \overline{\overline{(x_1.x_2)}.\overline{(x_3.x_4)}}$$




b)

$$y_1 = \overline{x_1 + x_2 + x_3 + x_4} = \overline{\overline{x_1}.\overline{x_2}} + \overline{\overline{x_3}.\overline{x_4}} = \overline{\overline{x_1}.\overline{x_2}.\overline{x_3}.\overline{x_4}}$$




c)

$$y_1 = x_1.\overline{x}_2 + \overline{x}_1.x_2$$

d)

$$y_1 = x_1.\overline{x}_2.x_3$$

## 3.6.

$x_1, \overline{x}_1, x_2, \overline{x}_2, x_1x_2, x_1\overline{x}_2, \overline{x}_1x_2, \overline{x}_1\overline{x}_2$

a) Alle jene, bei denen sowohl $x_1$ als auch $x_2$ vorkommen.

b) Die Konjunktion zweier Minterme ergibt entweder 0 oder 1.

c) Ein Konjunktionsterm von n Variablen kann maximal n lang werden.

d) Wenn man Minterme mit "+" verbindet (Disjunktion) erhält man die DKF (Disjunktive Kanonische Form). Die DNF (Disjunktive Normalform) ist die disjunktive Verknüpfung von Konjunktionen.

# 4.1.

a)

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x}_1$ | $y_4$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |

b)

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_1 + x_3$ | $\overline{x}_2$ | $y_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |

c)

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\overline{x}_2$ | $x_1\overline{x}_2x_3$ | $y_6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | **0** |

## 4.2.

a)

$$f = x_1x_2 + x_1\bar{x}_2x_4 + \bar{x}_1x_4$$
$$= x_1\left(x_2 + \bar{x}_2x_4\right) + \bar{x}_1x_4$$
$$= x_1\underbrace{\left(x_2 + \bar{x}_2\right)}_{1}\left(x_2 + x_4\right) + \bar{x}_1x_4$$
$$= x_1x_2 + x_1x_4 + \bar{x}_1x_4$$
$$= x_1x_2 + x_4\underbrace{\left(x_1 + \bar{x}_1\right)}_{1}$$
$$= x_1x_2 + x_4$$

| | $x_1$ | $x_1$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | 1 | 1 | | $x_2$ |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $x_2$ |
| $x_4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | | $x_3$ | $x_3$ | |

b)

$$f = x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$$
$$= x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_3x_4 + \bar{x}_1\bar{x}_3x_4\underbrace{\left(x_2 + \bar{x}_2\right)}_{1}$$
$$= x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_4\underbrace{\left(x_3 + \bar{x}_3\right)}_{1}$$
$$= x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_4$$

| | $x_1$ | $x_1$ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 1 | |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | $x_2$ |
| $x_4$ | 1 | | | 1 | $x_2$ |
| $x_4$ | 1 | | | 1 | |
| | | $x_3$ | $x_3$ | |

## 4.3.

a)

$$y_1 = \left(x_3 + x_2\right)\bar{x}_1$$
$$f_{DNF} = \bar{x}_1x_3 + \bar{x}_1x_2$$
$$f_{DNF} = \bar{x}_1x_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$$
$$y_{DKF} = \bar{x}_1x_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$$

b)

$y_2 = x_1 x_2 + \left(x_2 + x_1 \bar{x}_3\right)$

$f_{DNF} = x_1 x_2 + x_2 + x_1 \bar{x}_3$

$f_{DNF} = x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 + \bar{x}_1 x_2 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$

$f_{DNF} = x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$

$f_{DKF} = x_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$

c)

$f_{DNF} = x_1 + \bar{x}_2 + x_3$

$f_{DNF} = x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 + x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 + x_2 x_3 + \bar{x}_2 x_3$

$f_{DNF} = x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 +$
$+ x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$

$f_{DKF} = x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3$

## 4.4.

(1): $f = xx + x = xx + x1 = x\underbrace{\left(x + 1\right)}_{1} = x$

wohlgeformt

(2): $f = x.a = x(xa + x) = x(xa + x1) = x\left( \underbrace{x\left(a + 1\right)}_{1} \right) = x.x = x$

nicht wohlgeformt, da nicht azyklisch

(3): geht nicht!

nicht wohlgeformt, da Ausgänge direkt verbunden sind

## 5.1.

a)

a + ab = a

a.1 + ab = a

a(1 + b) = a

a = a

**gilt!**

b)

$f = x_1 + x_2\left(x_3 \bar{x}_1 + x_4\right) + \bar{x}_2$

<u>1. Möglichkeit:</u>

$\bar{f} = \bar{x}_1\left[\bar{x}_2 + \left(\bar{x}_3 + x_1\right)\bar{x}_4\right]x_2 = \bar{x}_1 x_2\left[\bar{x}_2 + \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_4\right] = 1 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + 1$

$\bar{f} = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$

$f = x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4$

2. Möglichkeit:

$$f_{DNF} = x_1 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_2 x_4 + \bar{x}_2$$

$$f_{DNF} = x_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_4 + x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2$$

$$f_{DNF} = x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_4 + \\ + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

$$f_{DNF} = x_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \\ + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + \\ + \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \\ + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$

mehrfach vorkommende Faktoren streichen: $\Rightarrow$

$$f_{DkF} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + \\ + \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \\ + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 x_3 x_4$$

Zur Vollständigkeit fehlt der Faktor: $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \Rightarrow$

$$f_{KKF} = x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4$$

d. h.: Maxterm: $x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4$

## 5.2.

a)
a + ab = aa + ab
a + ab = a + ab
**gilt!**

b)
a + ba + c = a + bc
a(1 + b) + c = a + bc
a + c = a + bc
**gilt nicht!**

## 5.3.

$f_{DNF} = x_1x_3 + x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1$

$f_{DNF} = x_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2$

$f_{DNF} = x_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$

mehrfach vorkommende Faktoren streichen: ⇒

$f_{DKF} = x_1x_2x_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2x_3 + x_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$

| **Gewicht** | **Minterm** |
|---|---|
| 0 | 000 |
| 1 | 001 |
| 2 | 010 |
| 3 | 011 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |

## 5.4.

| **Klasse** | **Gewicht** | **Min term** | | **Verschmelzung** | | | **Verschmelzung** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | ver. MinTerme | Terme mit 3 Variablen | | ver. MinTerme | neue Terme mit 2 Variablen |
| $K_1$ | 1 | 0001 | ✓ | 1,5 | 0-01 | ✓ | 1,5,9,13 | --01 |
| $K_2$ | 5 | 0101 | ✓ | 1,9 | -001 | ✓ | 1,9,5,13 | --01 |
| | 6 | 0110 | ✓ | 5,7 | 01-1 | ✓ | 5,7,13,15 | -1-1 |
| | 9 | 1001 | ✓ | 5,13 | -101 | ✓ | 5,13,7,15 | -1-1 |
| | 10 | 1010 | ✓ | 6,7 | 011- | ✓ | 6,7,14,15 | -11- |
| $K_3$ | 7 | 0111 | ✓ | 6,14 | -110 | ✓ | 6,14,7,15 | -11- |
| | 11 | 1011 | ✓ | 9,11 | 10-1 | ✓ | 9,11,13,15 | 1--1 |
| | 13 | 1101 | ✓ | 9,13 | 1-01 | ✓ | 9,13,11,15 | 1--1 |
| | 14 | 1110 | ✓ | 10,11 | 101- | ✓ | 10,11,14,15 | 1-1- |
| $K_4$ | 15 | 1111 | ✓ | 10,14 | 1-10 | ✓ | 10,14,11,15 | 1-1- |
| | | | | 7,15 | -111 | ✓ | | |
| | | | | 11,15 | 1-11 | ✓ | | |
| | | | | 13,15 | 11-1 | ✓ | | |
| | | | | 14,15 | 111- | ✓ | | |

Primimplikanden (alle nicht abgehakten Minterme): $\bar{x}_3x_4, x_2x_4, x_2x_3, x_1x_4, x_1x_3$

a) Die Sortierung der Minterme erfolgt nicht nach dem Gewicht, da nur Minterme unterschiedlicher Klassen (wenn sich die Klassen in genau einer Stelle unterscheiden) verschmolzen werden können.

b) Das Gewicht beim Quine-McCluskey hat lediglich die Aufgabe, daß man sich mehr Schreibarbeit ersparen kann. Während des Algorithmus ist es leicht möglich, den dazugehörigen Minterm zu identifizieren

## 5.5.

**1. Schritt:**
Aufstellen der Funktion (alle möglichen Eingänge, bei denen k leuchtet):

| **MSB** | | **LSB** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **$x_1$** | **$x_2$** | **$x_3$** | **$x_4$** | **$x_5$** | **$x_6$** | **Zeichen** | **Gewicht** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0/6 | 6 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0/8 | 8 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0/A | 10 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0/E | 14 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1/E | 30 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2/B | 41 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 2/E | 46 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3/1 | 49 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3/2 | 50 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 3/7 | 55 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3/8 | 56 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3/C | 60 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3/E | 62 |

**2. Schritt:**
Einordnen der Minterme in Klassen (Klasse = Anzahl der Einsen)

| Klasse | Minterm | | Gewicht | Verschmelzung | Minterm | | Verschmelzung | Minterm |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $K_1$ | 001000 | ✓ | 8 | 8,10 | 0010-0 | | 14,30,46,62 | --1110 |
| $K_2$ | 000110 | ✓ | 6 | 6,14 | 00-110 | | 14,46,30,62 | --1110 |
| | 001010 | ✓ | 10 | 10,14 | 001-10 | | | |
| $K_3$ | 001110 | ✓ | 14 | 14,30 | 0-1110 | ✓ | | |
| | 110001 | | 49 | 14,46 | -01110 | ✓ | | |
| | 110010 | ✓ | 50 | 56,60 | 111-00 | | | |
| | 111000 | | 56 | 30,62 | -11110 | ✓ | | |
| $K_4$ | 011110 | ✓ | 30 | 46,62 | 1-1110 | ✓ | | |
| | 101011 | | 41 | 60,62 | 1111-0 | | | |
| | 101110 | ✓ | 46 | | | | | |
| | 111100 | ✓ | 60 | | | | | |
| $K_5$ | 110111 | | 55 | | | | | |
| | 111110 | ✓ | 62 | | | | | |

alle nicht abgehackten Terme sind nun Primimplikanden!

**3. Schritt:**
Aufstellen der Primimplikandentabelle (in den Spalten werden die Minterme (repräsentiert durch ihr Gewicht) eingetragen, in den Zeilen die Primimplikanden).

**4. Schritt:**
Streichen aller dominierenden Primimplikanden;
Streiche jene Spalte und Zeile, in der jeweils nur 1 Stern steht!

| | 6 | 8 | 10 | 14 | 30 | 41 | 46 | 49 | 50 | 55 | 56 | 60 | 62 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 110001 | | | | | | | | * | | | | | | |
| 110010 | | | | | | | | | * | | | | | |
| 101011 | | | | | | * | | | | | | | | |
| 110111 | | | | | | | | | | * | | | | |
| 0010-0 | | * | * | | | | | | | | | | | |
| 00-110 | * | | | * | | | | | | | | | | |
| 001-10 | | | * | * | | | | | | | | | | |
| 111-00 | | | | | | | | | | | * | * | | |
| 1111-0 | | | | | | | | | | | | * | * | |
| --1110 | | | | * | * | | * | | | | | | * | |

| | 6 | 8 | 10 | 14 | 30 | 41 | 46 | 56 | 60 | 62 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 101011 | | | | | | * | | | | | |
| 0010-0 | | * | * | | | | | | | | |
| 00-110 | * | | | * | | | | | | | |
| 001-10 | | | * | * | | | | | | | |
| 111-00 | | | | | | | | * | * | | |
| 1111-0 | | | | | | | | | * | * | |
| --1110 | | | | * | * | | * | | | * | |

Wähle nun jene Zeile aus, wo es einen Stern gibt, der eine Spalte alleine abdeckt.
Streiche in dieser Zeile alle Spalten, wo diese Zeile einen Stern hat.

| | 6 | 8 | 10 | 14 | 30 | 46 | 56 | 60 | 62 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0010-0 | | * | * | | | | | | | |
| 00-110 | * | | | * | | | | | | |
| 001-10 | | | * | * | | | | | | |
| 111-00 | | | | | | | * | * | | |
| 1111-0 | | | | | | | | * | * | |
| --1110 | | | | * | * | * | | | * | |

| | 8 | 10 | 30 | 46 | 56 | 60 | 62 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0010-0 | * | * | | | | | | |
| 001-10 | | * | | | | | | |
| 111-00 | | | | | * | * | | |
| 1111-0 | | | | | | * | * | |
| --1110 | | | * | * | | | * | |

| | 30 | 46 | 56 | 60 | 62 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 001-10 | | | | | | |
| 111-00 | | | * | * | | |
| 1111-0 | | | | * | * | |
| --1110 | * | * | | | * | |

| | 56 | 60 | |
|---|---|---|---|
| 001-10 | | | |
| 111-00 | * | * | |
| 1111-0 | | * | |

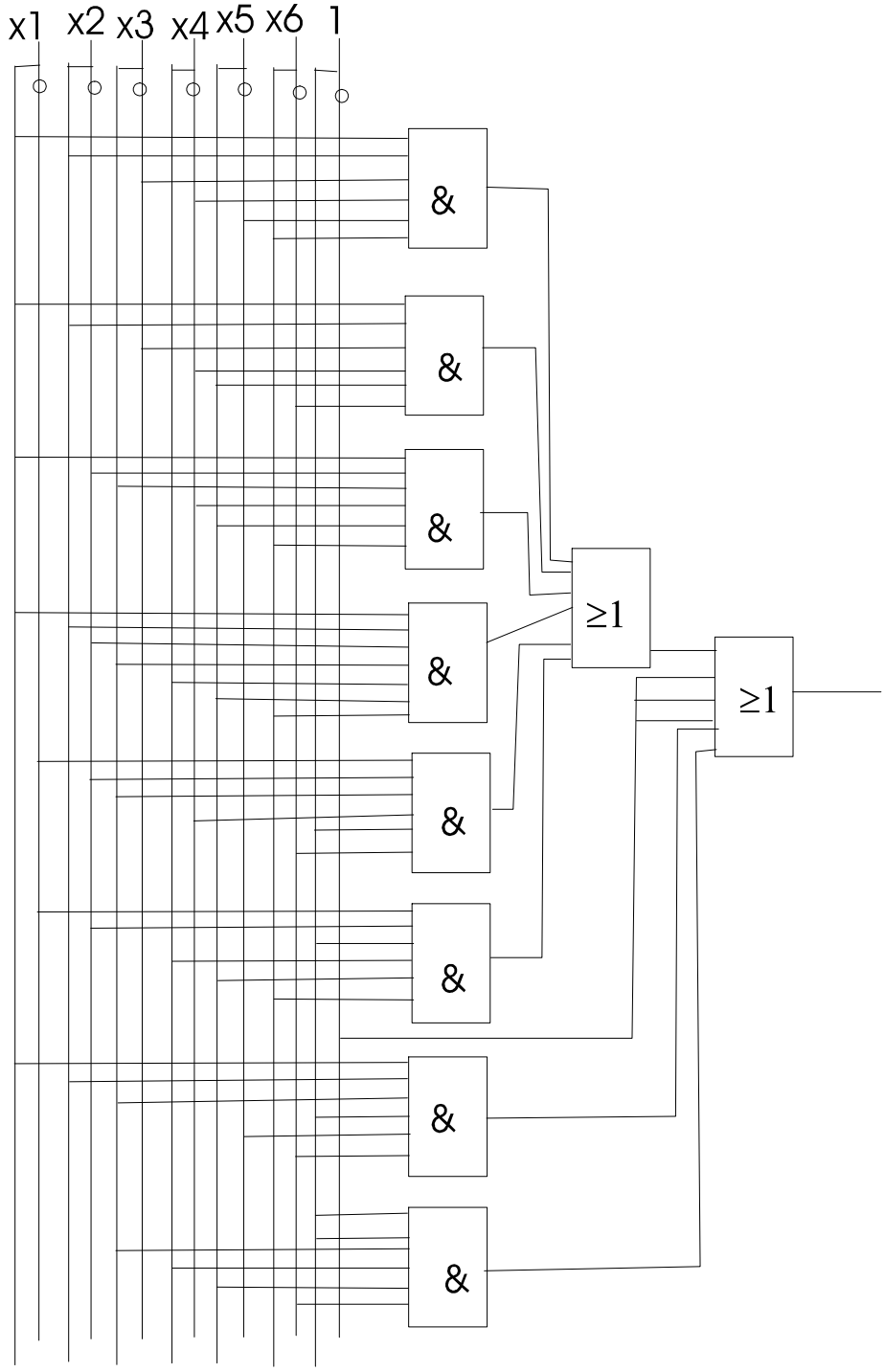
| | |
|---|---|
| 001-10 | |
| 1111-0 | |

**5. Schritt:**

Alle jene Primimplikanden, die weggestrichen wurden, sind somit wesentliche Primimplikanden. ⇒

$$f_{DMF} = x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5x_6 + x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5\bar{x}_6 + x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5x_6 + x_1x_2\bar{x}_3x_4x_5x_6 + \\ + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_6 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_4x_5\bar{x}_6 + x_1x_2x_3\bar{x}_5\bar{x}_6 + x_3x_4x_5\bar{x}_6$$

## 5.6.



## 6.1

| $x^t$ | $y^t$ | $y^{t+1}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Bei den unteren zwei Möglichkeiten ist das NAND-Glied nicht stabil (d. h.: es pendelt zwischen 1 und 0.

## 6.2.

### a)

| S | R | $Q^t$ | $Q^{t+1}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | X |
| 1 | 1 | 1 | X |

### b)

Bei R = S = 1: dieser Zustand ist nicht erlaubt, da $\overline{Q} = Q = 0$.

Wenn man nun auf R = S = 0 umschaltet, so gilt abwechselnd entweder $\overline{Q} = Q = 0$ oder $\overline{Q} = Q = 1$

## 6.3.

### a)

| | S | S | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | Q | Q |

R

Primimplikanden: $S\overline{R} \vee Q\overline{R}$

$f_{DMF} = \overline{R}(Q + S)$

### b)

$$f_{DKF} = Q\overline{R}\overline{S} + \overline{Q}\overline{R}S + Q\overline{R}S$$

$$f_{DKF} = Q\overline{R}\overline{S} + \overline{Q}\overline{R}S + Q\overline{R}S \quad \underbrace{+Q\overline{R}S}_{Idempotenzgesetz}$$

$$f_{DKF} = Q\overline{R}(S + \overline{S}) + RS(Q + \overline{Q}) = Q\overline{R} + RS$$

$$f_{DMF} = \overline{R}(Q + S)$$

## 6.4.

### a)

Die Funktionswerte für nachstehende Tabelle wurden nach der Formel
$q(t+1) = J(t) + \overline{q}(t) + \overline{K}(t)q(t)$
ermittelt:

| **J** | **K** | **$Q^t$** | **$Q^{t+1}$** |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

### b)

| | J | J | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| | | Q | Q |

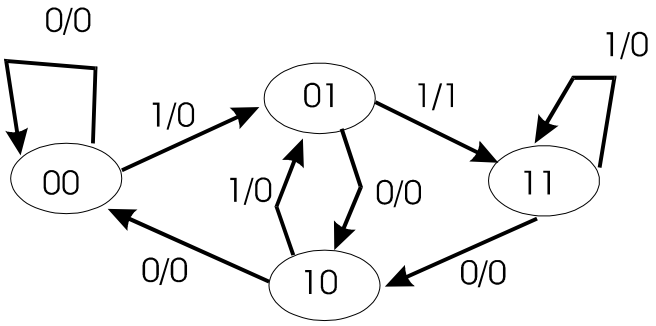
K

Primimplikanden: $\overline{K}J, \overline{K}Q, J\overline{Q}$

Anmerkung: nach Anwendung von Quine-..: ⇒
$f_{DMF} = J\overline{Q} + \overline{K}Q$

## 7.2.

1. Schritt: Aufstellen eines Zustandsgraphen:




Anmerkung:
Vom Zustand 00 kommt man mit der Eingabe 1 und der Ausgabe 0 in den Zustand 01.-

2. Schritt:
Es gibt 4 Zustände $\Rightarrow \lceil ld(4) \rceil = 2$ FlipFlops werden benötigt.

3. Schritt: Aufstellen einer Tabelle vom Zustandsgraphen ausgehend

| **Zustand Q(t)** | | **Eingabe** | **Zustand Q(t+1)** | | **Ausgabe** |
|---|---|---|---|---|---|
| **FF1** | **FF2** | **x** | **FF1** | **FF2** | **y** |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

4. Schritt: Überlegung, welcher Typ von FlipFlop verwendet werden soll.
In diesem Beispiel verwenden wir 2 JK-FlipFlops, da es bei denen keine undefinierten Zustände gibt.

5. Schritt: Aufstellen der Funktionstabelle des gewählten FlipFlopTyps:

| J | K | Q(t) | Q(t+1) | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | Reset |
| 0 | 1 | 1 | 0 | Reset |
| 1 | 0 | 0 | 1 | Set |
| 1 | 0 | 1 | 1 | Set |
| 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | |

6. Schritt: Beantwortung folgender Fragen:
Wie muß ich schalten, damit ich von Q(t) = 0 auf Q(t+1) = 0 bzw. Q(t+1) =1 komme?
Wie muß ich schalten, damit ich von Q(t) = 1 auf Q(t+1) = 0 bzw. Q(t+1) =1 komme?

| Q(t) | Q(T+1) | J | K |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | d |
| 0 | 1 | 1 | d |
| 1 | 0 | d | 1 |
| 1 | 1 | d | 0 |

Anmerkung: d = don't care: es ist egal ob eine 1 oder eine 0 dort steht!

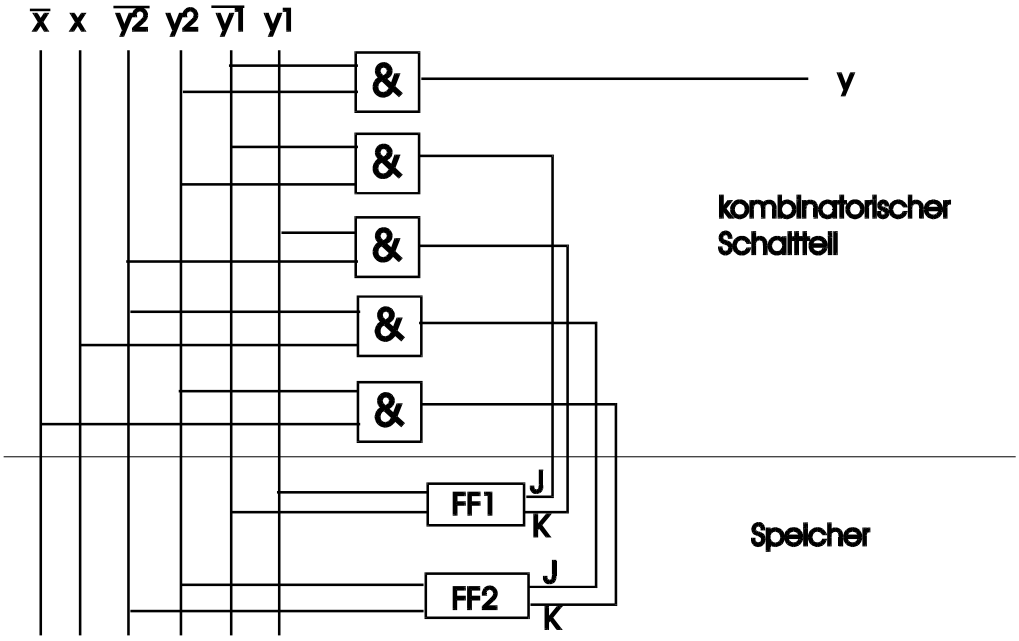
7. Schritt: in vorherige Tabelle (s. Schritt 3) einsetzen:

| Zustand Q(t) | | Eingabe | Zustand Q(t+1) | | Ausgabe | J1 | K1 | J2 | K2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| FF1 | FF2 | x | FF1 | FF2 | y | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | d | 0 | d |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | d | 1 | d |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | d | 1 | 0 | d |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | d | 1 | 1 | d |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | d | d | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | d | d | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | d | 0 | d | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | d | 0 | d | 0 |

8. Schritt:
Wie sehen die beiden FlipFlops und x aus, wenn die einzelnen J's und K's 1 sind?

| | FF1 | FF2 | x |
|---|---|---|---|
| J1 = 1: | 0 | 1 | - |
| K1 = 1: | 1 | 0 | - |
| J2 = 1: | - | 0 | 1 |
| K2 = 1: | - | 1 | 0 |
| y = 1: | 0 | 1 | 1 |

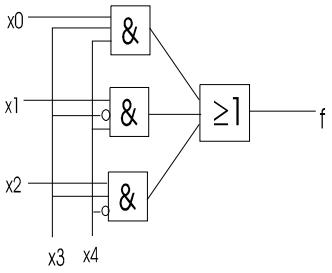
9. Schritt: Zeichnen des Schaltbildes:




## 7.3.

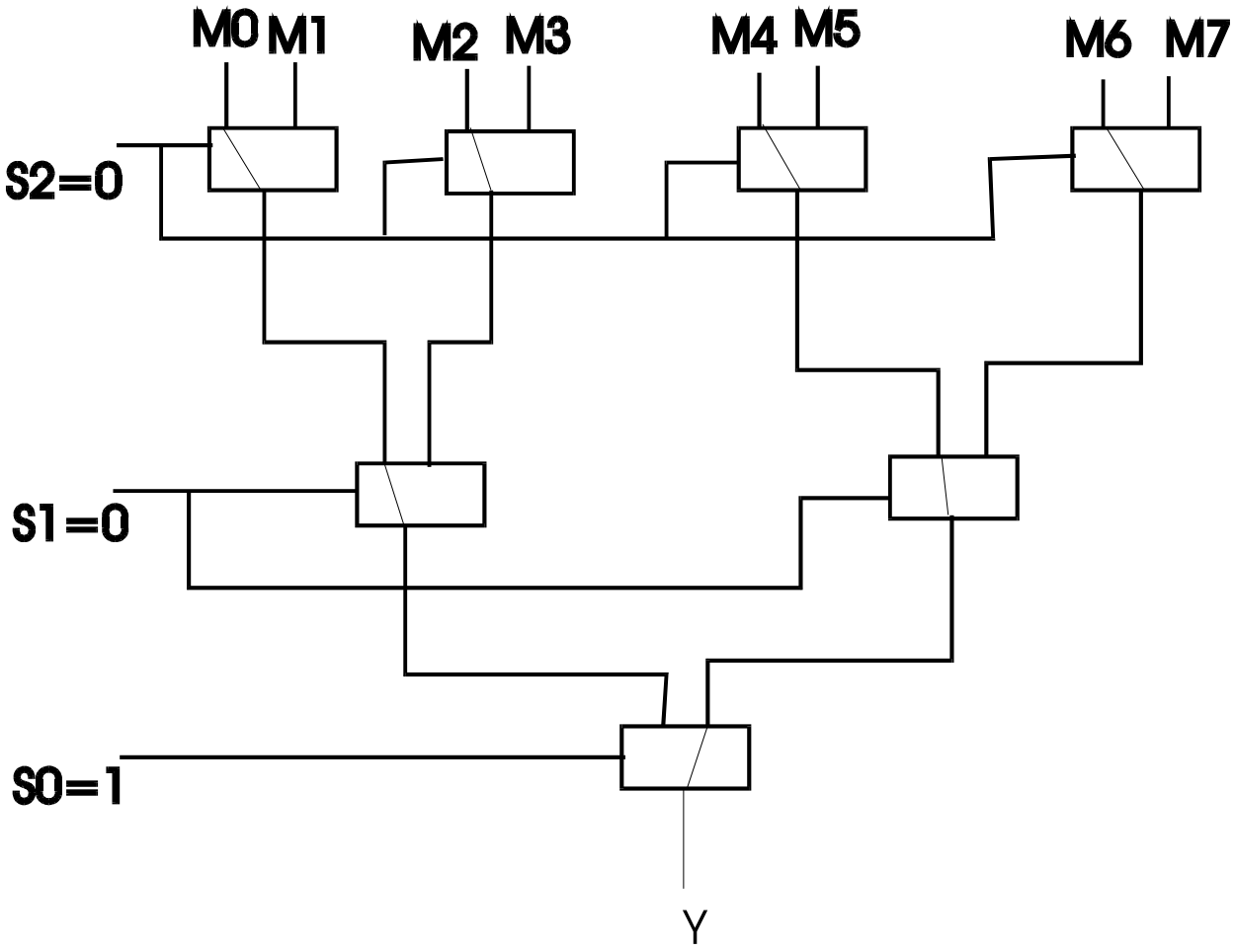
Man benötigt für einen Zustandsgraph mit m Zuständen $\lceil ld(m) \rceil$ FlipFlops.

## 7.4.



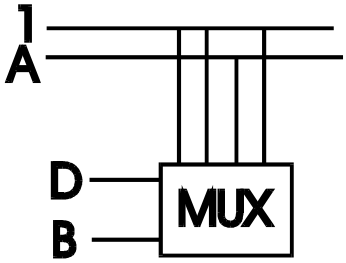

$$f := x_0 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_3 x_4 + x_2 x_3 \bar{x}_4$$

## 8.1.




## 8.2.

| $S_1$ B | $S_0$ D | f $A+BD+D+\overline{BD}$ | f vereinfacht | Eingänge |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | A + 0 + 0 + 1 | 1 | $E_0 = 1$ |
| 0 | 1 | A + 0 + 1 + ... | 1 | $E_1 = 1$ |
| 1 | 0 | A + 0 + 0 + 0 | A | $E_2 = A$ |
| 1 | 1 | A + 1 +... | 1 | $E_3 = 1$ |



# 8.3.

## a)

| | |
|---|---|
| $3_{10}$ | 0011 |
| $6_{10}$ | 0110 |
| Übertrag: | 01100 |
| Ergebnis: | 1001 |

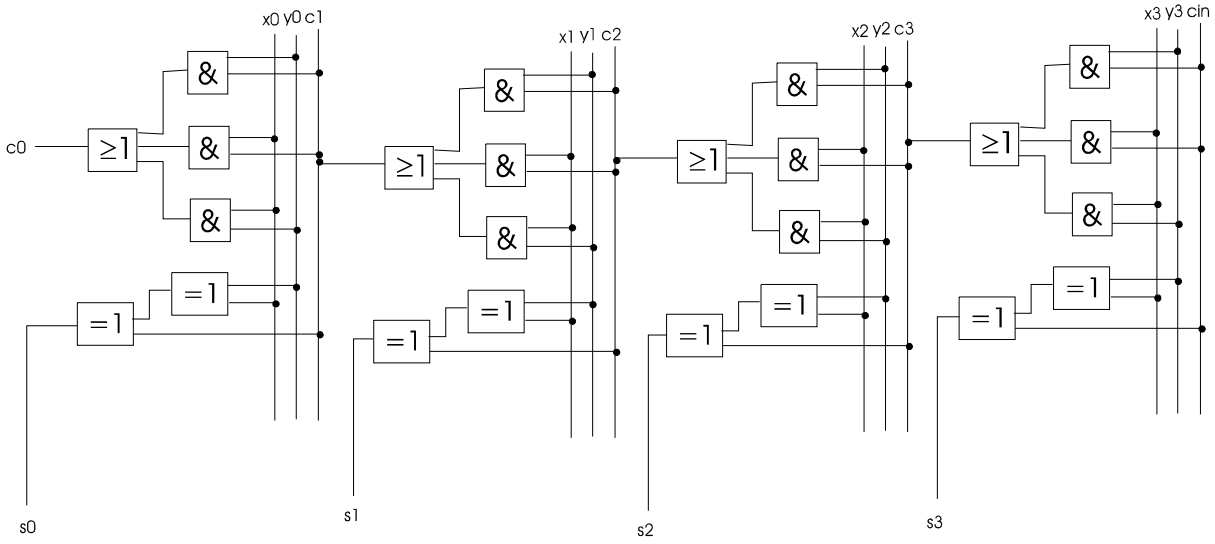
## b)

| | $x_i$ | $y_i$ | $g_i = x_i y_i$ | $p_i = x_i + y_i$ | $c_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

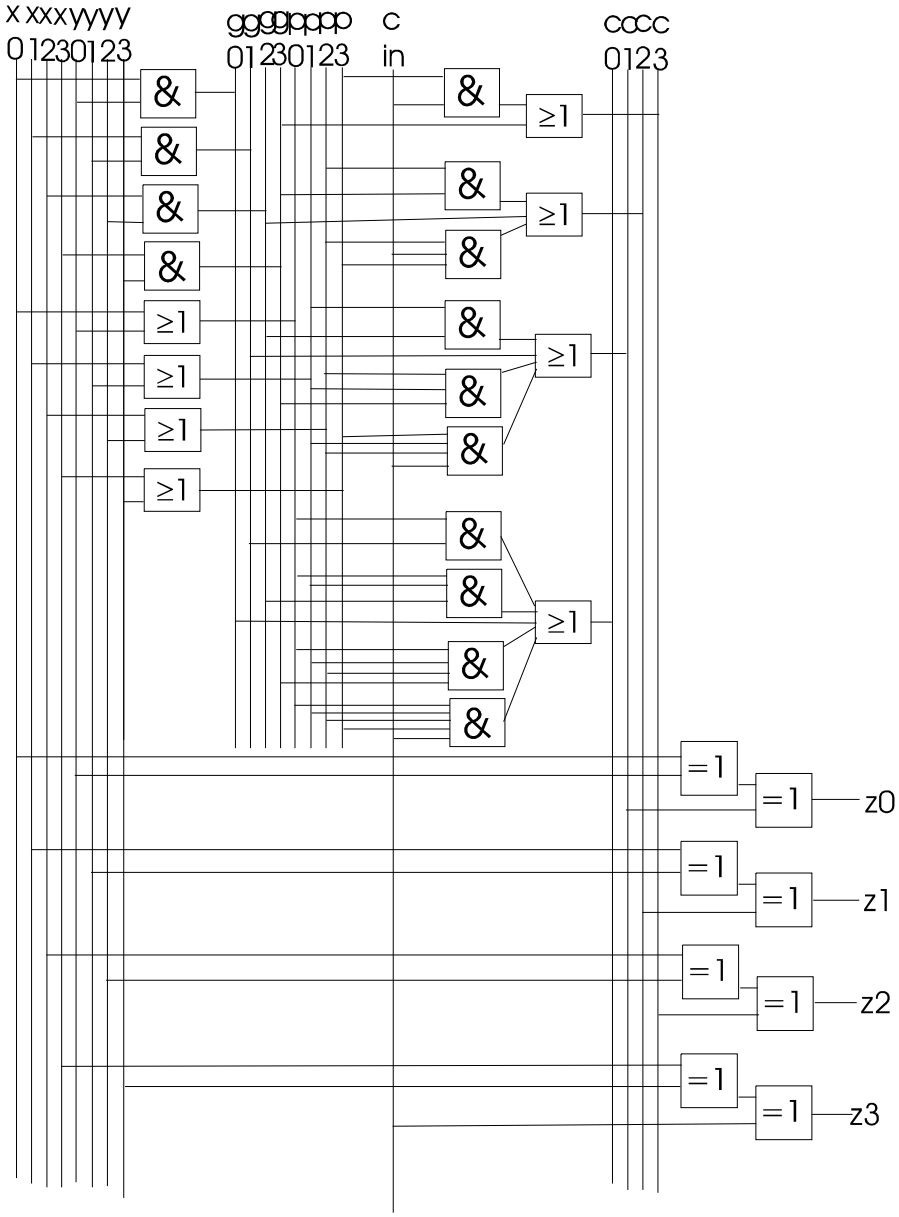
$c_{in} = 0$
$c_3 = g_3 + p_3 c_{in} = 0 + 1.0 = 0$
$c_2 = g_2 + p_2 g_3 + p_2 p_3 c_{in} = 1 + 1.0 + 1.1.0 = 1$
$c_1 = g_1 + p_1 g_2 + p_1 p_2 g_3 + p_1 p_2 p_3 c_{in} = 1$
$c_0 = g_0 + p_0 g_1 + p_0 p_1 g_2 + p_0 p_1 p_2 g_3 + p_0 p_1 p_2 p_3 c_{in} = 0$

# 8.4.

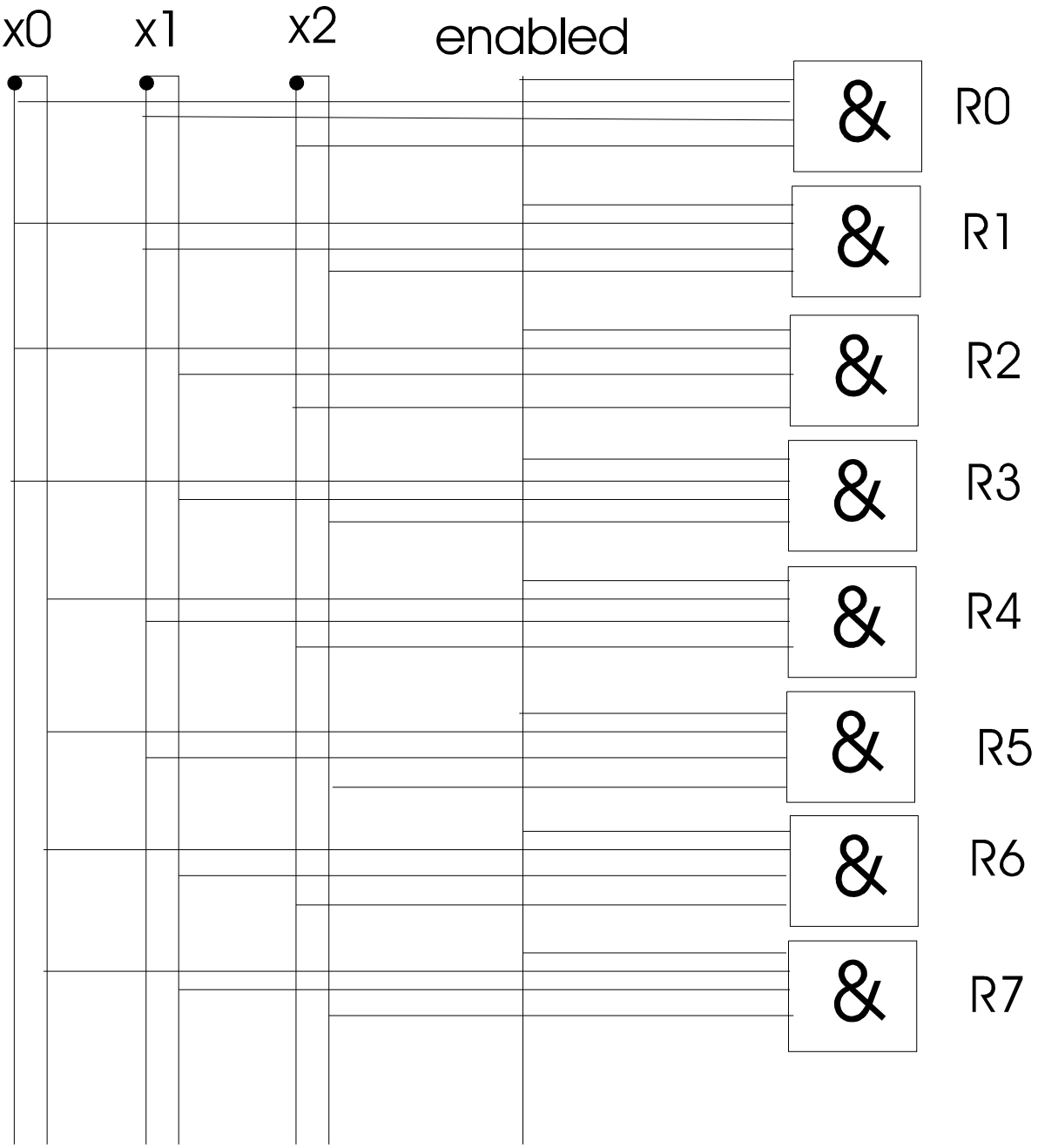
## a)



**b)**


x xxxyyyy
0 1230123
gggpppp
0123 0123
c
in
cccc
0123
&
≥1
=1
z0
z1
z2
z3

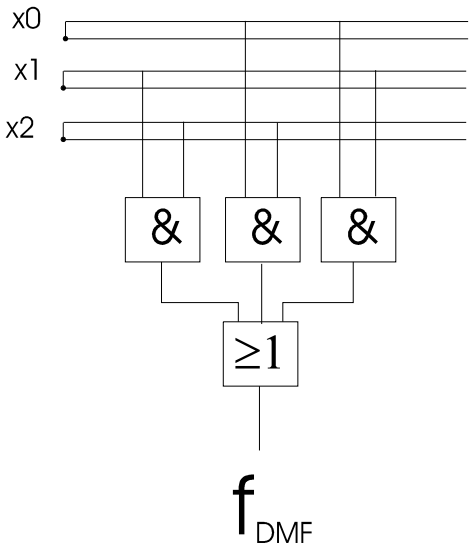
**9.1.**



## 9.2.

| | $x_0$ | $x_0$ | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| $x_2$ | $x_2$ | | $x_1$ |

$f_{DMF} = x_1x_2 + x_0x_2 + x_0x_1$




## 9.3.

A: Akku
Q: Multiplikator
M: Multiplikand

**Ausgangssituation:**

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Die Vorzeichen der Zahlen sind grau hinterlegt. Da die letzte Stelle von Q eine Eins ist, wird der Multiplikand zum Akku dazuaddiert.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Nun wird eine Shift-Operation nach rechts durchgeführt. Dadurch wandern die grau hinterlegten Vorzeichen um eine Stelle nach rechts.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Da die letzte Stelle von Q eine Eins ist, wird der Multiplikand zum Akku dazuaddiert.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Nun wird wieder eine Shiftoperation nach rechts durchgeführt.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Da die letzte Stelle von Q eine Null ist, wird sofort eine Shiftoperation nach rechts durchgeführt.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Da die letzte Stelle von Q eine Eins ist, wird der Multiplikand zum Akku dazuaddiert.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Nun wird wieder eine Shiftoperation nach rechts durchgeführt.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Nun sind alle Stellen von Q abgearbeitet, und das Vorzeichen von Q steht direkt vor M. Man verbindet nun die Vorzeichenstelle von M und Q mittels XOR und schreibt das so erhaltene Ergebnis an die erste Stelle.

| A | | | | | Q | | | | | M | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Das Ergebnis lautet somit:

**1,010011010**