Matrikel								SKZ				Name	

Klausur 3

Formale Grundlagen 2

23. Januar 2004

Zu jedem Buchstaben muß entweder ja oder nein angekreuzt werden.

Aufgabe 1 *Es sei f die Polynomfunktion $f(n) = n^4 - n^3 + n^2 - n + 1$ auf $\mathbb{N}$.*

A	ja		*Ist $f(n)$ von der Ordnung n^5?*
B		nein	*Sind $\log(f(n)^2)$ und $\log(f(n))^2$ von gleicher Ordnung?*
C		nein	*Ist n^5 von der Ordnung $f(n)$?*
D		nein	*Ist $f(n)$ von der Ordnung $f(1/n)$?*

Aufgabe 2 *In der Vorlesung wurde die folgende standardisierte Kodierung von Turingmaschinen besprochen:*
Gegeben Turingmaschine M mit $\Sigma = \{0,1\}$, $\Gamma = \{0,1,\sqcup\}$, $Q = \{q_1,\dots,q_n\}$. Anfangszustand q_1, Endzustandsmenge $F = \{q_2\}$, Überführungsfunktion δ. Wir bezeichnen die Symbole $0,1,\sqcup$ in dieser Reihenfolge mit X_1, X_2, X_3, die Bewegungsrichtungen L, R mit D_1, D_2 (die stationäre Option 'S' kommt nicht vor). Eine Operation $\delta(q_i, X_j) = (q_k, X_l, D_m)$ wird kodiert als $0^i10^j10^k10^l10^m$. Die Turingmaschine M selbst wird kodiert als

$$111code_1 11code_2 \dots 11code_r 111$$

wobei jedes $code_n$ die obige Form hat.
Gegeben sei der folgende Code einer Turingmaschine M

$$1110100100010001001100010010001000101100010001001000100111$$

Lösung: Offenbar ist die Überführungsfunkion gegeben durch folgende Tabelle.

δ	0	1	$\sqcup$
q_1	–	$q_3 \sqcup R$	–
q_2	–	–	–
q_3	–	$q_3 \sqcup L$	$q_2 \sqcup R$

Es gilt $L(M) = \{1\} \cup \{11\} \circ \Sigma^*$.

Fragen:

A	ja		*Akzeptiert M das Wort 11111?*
B		nein	*Akzeptiert M das Wort 1001?*
C	ja		*Ist $L(M)$ regulär?*
D		nein	*Sind $L(M)$ und $\{1\}^*$ identisch?*
E		nein	*Ist $L(M)$ endlich?*

Aufgabe 3 *Betrachten Sie die folgenden Probleme.*
Problem P_1: *Enthält die Sprache $L(M)$ einer Turingmaschine M ausschließlich Palindrome?*
Problem P_2: *Akzeptiert eine Turingmaschine das Wort 0?*
Problem P_3: *Ist die Sprache $L(M)$ einer Turingmaschine M endlich?*
Problem P_4: *Ist die Sprache $L(M)$ einer Turingmaschine M gleich der Menge aller Codes von Turingmaschinen?*
Problem P_5: *Gilt $L(M_1) \subseteq L(M_2)$ für Turingmaschinen M_1, M_2?*
Problem P_6: *Ist $x^2 + y^2$ eine Primzahl für Parameter x und y?*

Fragen:

A		nein

Ist P_1 entscheidbar?

Satz von Rice (S. 67, Satz 4.2.1)

B		nein

Ist P_2 entscheidbar?

C		nein

Ist P_3 entscheidbar?

$\{S \subseteq \Sigma^\star : S \ \textit{r.a.} \ \wedge \ S \ \textit{endlich}\}$ *ist nichttriviale Eigenschaft von r.a. Sprachen, somit unentscheidbar. Das bedeutet,* $\{M \in \mathbf{TM} : L(M) \text{ endlich}\}$ *ist nicht rekursiv. Das ist genau die Instanzenmenge von Problem P_3.*

D		nein

Ist P_4 entscheidbar?

E		nein

Ist P_5 entscheidbar?

F	ja	

Ist P_6 entscheidbar?

Aufgabe 4 *Gegeben sind zwei Listen A und B von Wörtern über $\{0, 1\}$:*

	Liste A	Liste B
i	w_i	x_i
1	110	11
2	110	10
3	11	110
4	010	101

Fragen:

A		nein

Ist 3, 4, 2 eine Lösung des MPCP?

B	ja	

Ist 3, 4, 2 eine Lösung des PCP?

C		nein

Ist 1, 4, 2 eine Lösung des MPCP?

D		nein

Ist das MPCP lösbar?

E	ja	

Ist das Problem, ob zwei Listen X, Y das Tupel 3, 4, 2 als Lösung haben, entscheidbar?

Man kann eine Turingmaschine konstruieren, die beliebige Listen X und Y als Eingabe nimmt, jeweils das 3., 4. und 2. Wort hintereinander schreibt und schließlich vergleicht, ob beide so entstandenen Wörter gleich sind.