Matrikel								SKZ				Name	

Klausur 1

Formale Grundlagen 2

12. November 2004

Zu jedem Buchstaben muß entweder ja oder nein angekreuzt werden.

Aufgabe 1 *Sei M der endliche Automat*

$$(\{q0, q1, q2, q3\}, \{0, 1\}, \delta, q1, \{q2\}),$$

dessen Überführungsfunktion durch Abbildung 1 gegeben ist.

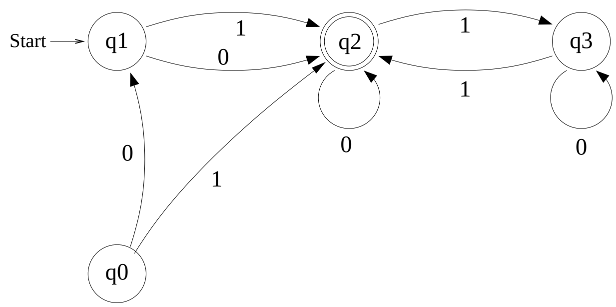

Abbildung 1: Automat zur Aufgabe 1

Beantworten Sie folgende Fragen.

	ja	nein	
A	ja		*Ist $L(M)$ regulär?*
B		nein	*Ist $L(M) = L((0+1)(0+0^*1^+)^*)$?* $11 \in L((0+1)(0+0^*1^+) \setminus L(M)$.
C		nein	*Ist $L(M) = L((0+1)(0^*11)^*)$?* *Offenbar ist* $1101 \in L(M) \setminus L((0+1)(0^*11)^*)$.
D	ja		*Ist $L(M) = L\left((0+1)(0+10^*1)^*\right)$?*
E		nein	*Ist $L(M)$ die Menge aller Wörter $w \in \{0,1\}^*$, mit $\lvert w \rvert = 1$ oder w enthält wenigstens 2 Einsen?* *Offensichtlich gilt* $10 \in L(M)$.

Aufgabe 2 *Sei N der nicht-deterministische endliche Automat*

$$(\{q0, q1, q2, q3\}, \{0, 1\}, \nu, q1, \{q2\}),$$

dessen Überführungsfunktion ν sich aus Abbildung 1 ergibt, indem man den Pfeil von $q0$ nach $q1$ umkehrt.

	ja	nein	
A	ja		*Gibt es einen deterministischen endlichen Automaten D so daß $L(D) = L(N)$?*
B	ja		*Gibt es eine RAM R, so daß $L(R) = L(N)$?*
C	ja		*Gibt es einen regulären Ausdruck r so daß $L(N) = L(r)$?*
D	ja		*Gibt es eine (deterministische) Turingmaschine T mit $L(T) = L(N)$?*
E	ja		*Ist $L(N) = L\left(((0+1)+01)(0^* + 0^*10^*1)^*\right)$?*

Aufgabe 3 *Gegeben seien zwei Turingmaschinen* $M_i = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \{q_1\}, \delta_i)$, $i = 1,2$ *mit* $\Sigma = \{0,1\}$, $\Gamma = \{0,1,\sqcup\}$ *und* $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$. *Die folgenden Tabellen beschreiben die Überführungsfunktionen:*

δ_1	0	1	$\sqcup$
q_0	$(q_2, 1, R)$	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 0, R)$
q_1	$-$	$-$	$(q_2, 1, R)$
q_2	$-$	$(q_2, 1, R)$	$(q_2, 0, R)$

δ_2	0	1	$\sqcup$
q_0	$(q_1, 1, R)$	$(q_0, 1, R)$	$-$
q_1	$-$	$(q_1, 1, R)$	$(q_2, \sqcup, L)$
q_2	$(q_1, 1, R)$	$-$	$-$

Fragen:

A	ja	

Enthält $L(M_1)$ *das leere Wort?*

Das erste Zeichen, was gelesen wird, ist $\sqcup$ *und wir kommen in den akzeptierenden Zustand* q_1.

B	ja	

Gilt $10 \in L(M_1) \cup L(M_2)$*?*

Es gilt $L(M_1) = \{\varepsilon\} \cup \left\{ 1w \,\middle|\, w \in \{0,1\}^* \right\}$ *und* $L(M_2) = L(1^*0(0+1)^*)$. *Die Machine* M_1 *liest die erste* 1 *befindet sich dann im akzeptierenden Zustand* q_1. *Daß* M_1 *die zweite 1 nicht mehr liest, ist irrelevant.* M_2 *muß wenigstens eine Null lesen, um in den akzeptierenden Zustand* q_1 *zu gelangen.*

C	ja	

Ist $L(M_2)$ *eine rekursiv aufzählbare Sprache?*

Natürlich, nämlich laut Definition.

D	ja	

Ist $L(M_1) \cap L(M_2)$ *eine reguläre Sprache?*

Man sieht leicht, daß $L(M_1) \cap L(M_2) = L(10(0+1)^*)$ *ist und damit regulär.*

E		nein

Gilt $1^n \in L(M_2)$ *für alle* $n \in \mathbb{N}$ *mit* $n > 0$*?*

Ein Wort von $L(M_2)$ *enthält wenigstens eine 0, da die Maschine sonst nicht in den Zustand* q_1 *gelangen kann.*

Aufgabe 4 *Beantworten Sie folgende Fragen.*

A		nein

Gibt es zu jeder nicht-rekursiven Sprache L *eine Turingmaschine* M *mit* $L = L(M)$*?*

B	ja	

Gibt es zu jeder nicht-deterministischen Turingmaschine N *eine deterministische Turingmaschine* M *mit* $L(M) = L(N)$*?*

Siehe Vorlesungsskriptum Satz 1.4.2.

C		nein

Gibt es reguläre Sprachen, die nicht rekursiv sind?

D	ja	

Ist $\left\{ (0^k1)^2 \,\middle|\, k \in \mathbb{N},\ k < 2005 \right\}$ *regulär?*

Jede endliche Sprache ist regulär.

E	ja	

Gibt es eine RAM R, die 100 natürliche Zahlen vom Eingabeband liest und das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen auf das Ausgabeband schreibt?

Für 2 Zahlen war die Konstruktion einer solchen RAM Übungsaufgabe. Diese RAM läßt sich dann leicht für 100 Zahlen adaptieren.