Name: ....

Matr.Nr.: ....

Stud.Kennz.: ....

Klausur "Formale Grundlagen 2" (326.933)
30.1.2004

Bitte Folgendes beachten:
- *Es dürfen keine Unterlagen zur Klausur verwendet werden.*
- *Tragen Sie – noch bevor Sie zu arbeiten beginnen — auf dem Angabenblatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Studienkennzahl ein. Schreiben Sie auf jedes Blatt, das Sie verwenden, links oben Ihren Namen.*
- *Geben Sie das ausgefüllte Angabenblatt zusammen mit Ihren Lösungen ab. Sie finden das Angabenblatt demnächst im Netz.*
- *Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt (oder mehrere), und geben Sie Ihre Lösungen nach Aufgabennummern geordnet ab, also beginnend mit Aufgabe 1 und endend mit Aufgabe 5.*

---

(1) Im folgenden darf vorausgesetzt werden, dass die Prädikate "$=$", "$\geq$", "$|$" (teilt) primitiv rekursiv sind; ebenso alle anderen im Skriptum als primitiv rekursiv erwiesenen Funktionen und Prädikate.
  (a) Zeigen Sie, dass das Prädikat (über den natürlichen Zahlen) "n ist eine Primzahl" primitiv rekursiv ist.
  (b) Wir nennen zwei natürliche Zahlen m und n *ähnlich*, $m \sim n$, wenn die Anzahl der verschiedenen Primfaktoren von m gleich der Anzahl der verschiedenen Primfaktoren von n ist. So gilt etwa $40 = 23 \cdot 5 \sim 3 \cdot 7 = 21$. Zeigen Sie, dass das Prädikat $m \sim n$ primitiv rekursiv ist.

(2) Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und f eine partielle Funktion von Σ^* nach Σ^*. Sei

$$G_f = \{u0w \mid u, w \in \Sigma^*, f(u) = w\}.$$

G_f ist also eine Sprache über $\Sigma' = \{a, b, 0\}$, der Graph von f. Zeigen Sie:
f ist partiell Turing-berechenbar genau dann, wenn G_f rekursiv aufzählbar ist.

Bitte wenden !

(3) Sei M die nicht-deterministische Turingmaschine mit Zustandsmenge $\{q_0, \ldots, q_5\}$, Eingabealphabet $\{0, 1\}$, Bandalphabet $\{0, 1, \sqcup\}$, Anfangszustand q_0, Endzustand q_5, und Überführungsfunktion δ:

	0	1	$\sqcup$
q_0	$(q_3, 0, R)$	$(q_1, 1, R), (q_4, 1, R)$	—
q_1	$(q_2, 0, R), (q_4, 0, R)$	—	—
q_2	$(q_1, 0, R)$	—	—
q_3	$(q_3, 0, R)$	$(q_4, 1, R)$	—
q_4	—	—	$(q_5, \sqcup, R)$
q_5	—	—	—

(a) Stellen Sie die Berechnungsbäume zu den Eingaben 00 und 10 dar. Werden diese Eingaben akzeptiert?
(b) Welche Sprache L ($\subseteq \{0, 1\}^*$) wird von M akzeptiert?

(4) Sind folgende Sprachen rekursiv aufzählbar oder sogar rekursiv? Begründen Sie die Antworten.
(a) $L_1 = \{\langle M_1\rangle\langle M_2\rangle \mid M_1, M_2$ Turingmaschinen $, L(M_1) \subseteq L(M_2)\}$,
(b) $L_2 = \{\langle M\rangle \mid M$ eine Turingmaschine $, L(M) \neq \emptyset\}$.

(5) (a) Geben Sie eine Definition der Komplexitätsklasse $\mathcal{P}$.
(b) Was bedeutet der Begriff der "Polynom-Zeit-Reduzierbarkeit" einer Sprache auf eine andere?